Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soit E un ensemble muni d'une relation $\mathcal{R}$ réflexive et transitive.
On définit sur E la relation : $x\mathcal{S}y \Leftrightarrow x\mathcal{R}y$ et $y\mathcal{R}x$.
Montrer que $\mathcal{S}$ est une relation d'équivalence.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Soit $\mathcal{R}$ une relation réflexive et symétrique sur un ensemble E.
On définit sur E la relation :
$x\mathcal{S}y \Leftrightarrow$ il existe une suite finie $x_0, x_1, \ldots, x_n$ d'éléments de E (avec $n \geq 1$) tels que $x_0 = x$, $x_n = y$, et $x_p\mathcal{R}x_{p+1}$ pour tout p de $\{0, \ldots, n-1\}$.
Montrer que $\mathcal{S}$ est une relation d'équivalence.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Soient $\mathcal{R}$ et $\mathcal{S}$ deux relations d'équivalence sur un ensemble E.
On définit la relation $\mathcal{S}\circ\mathcal{R}$ par : $x\mathcal{S}\circ\mathcal{R}y \Leftrightarrow \exists\, z, x\mathcal{R}z$ et $z\mathcal{S}y$.
Montrer que $\mathcal{S}\circ\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence $\Leftrightarrow \mathcal{S}\circ\mathcal{R} = \mathcal{R}\circ\mathcal{S}$.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Soit $\mathcal{R}$ une relation sur un ensemble E.
Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence $\Leftrightarrow$:
- $\mathcal{R}$ est réflexive
- Pour tous éléments x, y, z de E : $(x\mathcal{R}y$ et $y\mathcal{R}z) \Rightarrow z\mathcal{R}x$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.